

Vzorový průběžný test

Jméno:

příklad 1	příklad 2	SUMA

1. Mějme následující funkci:

$$f(x, y) = \operatorname{arctg} \left(\frac{x - y}{x + y} \right)$$

- (a) Najděte definiční obor D_f funkce f a načrtněte jej.
- (b) Pokud to lze, najděte fci F , která je spojitým rozšířením funkce f na $\mathbb{R}^2$.
- (c) Vypočítejte gradient $\nabla f(x, y)$ v bodě $[1, 2]$.
- (d) Zjistěte, v jakých bodech má funkce f totální diferenciál.
Pokud má funkce f totální diferenciál v bodě $[1, 2]$, spočtěte ho.
- (e) Aproximujte hodnotu funkce f v bodě $[1, 02; 1, 99]$ pomocí jejího totálního diferenciálu v bodě $[1, 2]$.

Vše pečlivě zdůvodněte!

(25 bodů)

2. Mějme následující funkci $F(x, y) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$F(x, y) = x^2 - xy + 2y^2 + x - y - 1$$

- (a) Dokažte, že v nějakém okolí U bodu $(0, 1)$ existuje funkce $y = y(x)$ splňující podmínky $y(0) = 1$ a $F(x, y(x)) = 0$ pro všechna $x \in U$.
- (b) Určete $y'(0)$ a $y''(0)$.

Pečlivě zdůvodněte!

(15 bodů)