

2. Domácí úkol – termín odevzdání 5., resp. 10. 11. 2025

1. Najděte definiční obor, zjistěte, zda je funkce omezená shora a zda je omezená zdola. Spočítejte všechny parciální derivace prvního a druhého řádu: (5 bodů)

$$f(x, y) = \ln(x^2 - 2x - y)$$

2. Buď dána funkce $f(x, y) = \arccos \frac{x}{x+y}$ (5 bodů)

- Najděte definiční obor D funkce f a načrtněte jej.
- Určete gradient funkce $\nabla f(x, y)$ v bodě $[1, 1]$.
- Je funkce f v tomto bodě diferencovatelná? Pokud ano, napište její totální diferenciál v tomto bodě.
- Aproximujte f pomocí diferenciálu v bodě $[1, 04; 0, 99]$.

3. Zjistěte, zda lze funkci $f(x, y) = \frac{x^3 y}{x^2 + y^2}$ dodefinovat tak, aby měla ve všech bodech $\mathbb{R}^2$ totální diferenciál.

Všude, kde existuje, totální diferenciál určete! (8 bodů)

Příklady k procvičování (na doma, pokud si nejste jistí a chtěli byste se pocvičit) – nejde o domácí úkol:

1. Buď dána funkce

$$f : (x, y) = \sqrt{\frac{1}{|1 - x^2 - y^2|}}$$

- Najděte definiční obor D funkce f a načrtněte jej. Pokud to lze, najděte fci F , která je spojitým rozšířením fce f na $\mathbb{R}^2$.
- Vypočítejte gradient $\nabla f(x, y)$ v bodě $[1, 1]$. Zjistěte, v jakých bodech má fce f totální diferenciál. Pokud má fce f tot. diferenciál v b. $[1, 1]$, spočtěte ho.
- Aproximujte hodnotu funkce f v bodě $[1, 02; 0, 99]$ pomocí totálního diferenciálu $D_{f(1,1)}$.
- Napište rovnici tečné roviny ke grafu funkce f v bodě $[0, 0, ?]$.

2. Vypočtěte totální diferenciál funkce $f(x, y) = \frac{x}{y}$.