

1. domácí úkol (termín 22. 10., resp. 27. 10. 2025)

Příklad 1:

(5 bodů)

Mějme funkci $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$.

Ukažte, že je-li funkce f spojitá na $\mathbb{R}^n$, potom množina $M = \{x \in \mathbb{R}^n; f(x) < 0\}$ je otevřená.

Příklad 2:

(5 bodů)

Je následující funkce spojitá (na svém definičním oboru)? Lze ji dodefinovat tak, aby byla spojitá na $\mathbb{R}^2$?

$$f(x, y) = \frac{\sin(xy)}{x^2 + y^2}$$

Příklad 3:

(5 bodů)

Je následující funkce spojitá (na svém definičním oboru)? Lze ji dodefinovat tak, aby byla spojitá na $\mathbb{R}^2$?

$$f(x, y) = (x + y)^2 \sin\left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)$$

Příklady k procvičování (na doma, pokud si nejste jistí a chtěli byste se pocvičit) – nejde o domácí úkol!

Určete definiční obor – jde o ot. či uz. množinu? Rozhodněte, zda jde o spojitou funkci, příp. zda ji lze spojitě rozšířit. Umíte vypočítat parciální derivace?

- | | | |
|---|---------------------------------------|--|
| (a) $f(x, y, z) = \sqrt{\frac{z^2}{x^2 + y^2}} - 1$ | (b) $f(x, y) = x^2 - y^2$ | (c) $f(x, y) = \frac{x}{y}$ |
| (d) $f(x, y) = \arcsin xy$ | (e) $f(x, y) = \arcsin \frac{y}{x+1}$ | (f) $f(x, y) = \frac{\sin xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ |