

Jak je ale přesně definovaná funkce $f(1/x)$ na pravé straně? Zformulujte tuto ekvivalenci i pro limitu v $-\infty$.

- *Asymptotické symboly O , o a $\sim$.* Jsou to nejčastěji užívané symboly označující asymptotické vztahy mezi funkcemi. Dále se lze setkat s Θ , $\ll$, Ω a dalšími.

Definice 15 (velké O) *Nechť je $M \subset \mathbb{R}$, $f, g: M \rightarrow \mathbb{R}$ a $N \subset M$. Pokud*

$$\exists c \geq 0 \forall x \in N (|f(x)| \leq c \cdot |g(x)|) ,$$

píšeme $f(x) = O(g(x))$ ($x \in N$) a řekneme, že funkce f je na množině N velké O z funkce g .

- *Úlohy.*

1. Je $x^2 = O(x^3)$ ($x \in \mathbb{R}$)?
2. Je $x^3 = O(x^2)$ ($x \in \mathbb{R}$)?
3. Je $x^3 = O(x^2)$ ($x \in (-20, 20)$)?
4. Je $\log x = O(x^{1/3})$ ($x \in (0, +\infty)$)?
5. Je $\log x = O(x^{1/3})$ ($x \in (1, +\infty)$)?

Zbývající dva asymptotické symboly se definují limitně.

Definice 16 (malé o a $\sim$) *Nechť $A \in \mathbb{R}^*$ je limitní bod množiny $M \subset \mathbb{R}$, $f, g: M \rightarrow \mathbb{R}$ jsou funkce a $\exists \delta \forall x \in P(A, \delta) \cap M (g(x) \neq 0)$.*

1. *Když $\lim_{x \rightarrow A} f(x)/g(x) = 0 \Rightarrow f(x) = o(g(x)) (x \rightarrow A)$
– pro x jdoucí k A je f malé o z g .*
2. *Když $\lim_{x \rightarrow A} f(x)/g(x) = 1 \Rightarrow f(x) \sim g(x) (x \rightarrow A)$
– pro x jdoucí k A se f asymptoticky rovná g .*

• *Úlohy.*

1. Je $x^2 = o(x^3) (x \rightarrow +\infty)$?
2. Je $x^3 = o(x^2) (x \rightarrow 0)$?
3. Je $x^2 = o(x^3) (x \rightarrow 0)$?
4. Je $(x+1)^3 \sim x^3 (x \rightarrow 1)$?
5. Je $(x+1)^3 \sim x^3 (x \rightarrow +\infty)$?
6. Je $e^{-1/x^2} = o(x^{20}) (x \rightarrow 0)$?

DĚKUJI ZA POZORNOST!