

Doplňěk ke cvičení z MA I.

Aplikace integrálu.

A. Plocha pod křivkou ... viz definici R. integrálu.

Pro křivku $y = f(x)$ (pro $x \in [a, b]$) má plocha pod křivkou obsah $\int_a^b f(x) \, dx$.

B. Délka křivky ... viz domácí úkol.

Délka křivky $y = f(x)$ (pro $x \in [a, b]$) je dána předpisem $\int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} \, dx$.

- (a) Najděte délku křivky $y = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$ na intervalu $x \in [0, 3]$.

C. Objem rotačního tělesa.

Objem rotačního tělesa vzniklého rotací křivky $y = f(x)$ (pro $x \in [a, b]$) kolem osy x je $\int_a^b \pi(f(x))^2 \, dx$.

- (a) Necht M je oblast ohraničená grafem funkce $f(x) = \sqrt{x \cdot \sin x}$ a osou x na intervalu $[0, \pi]$. Vypočtěte objem rotačního tělesa, které vznikne rotací M kolem osy x .

- (b) Vypočtěte objem tělesa vzniklého rotací funkce $y = \sqrt[3]{x}$ pro $y \in [1, 2]$ kolem osy y .

D. Povrch rotačního tělesa.

Povrch tělesa vzniklého rotací křivky $y = f(x)$ (pro $x \in [a, b]$) kolem osy x je $\int_a^b 2\pi f(x) \sqrt{1 + (f'(x))^2} \, dx$.

- (a) Povrch paraboloidu (satelitní antény) vzniklého rotací křivky $y = c\sqrt{x}$ pro $x \in [0, b]$.

- (b) Povrch nekonečného “trychtýře” vzniklého rotací funkce $f(x) = \frac{1}{x}$ pro $x \in [1, \infty)$ kolem osy x .