

10. Cvičení z MA I. (23. 4. 2025 – plus domácí příprava)

(Náčrtky funkcí z příkladů 1-5 najdete na dalších stránkách.)

Hezký příklad na procvičování - vyšetřete průběh následující funkce, najděte extrémy a načrtněte grafy:

$$1. \quad f(x) = \begin{cases} \exp(-\frac{1}{\sin^2 x}) & x \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi; k \in \mathbb{Z}\} \\ 0 & x = k\pi; k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Vyšetřete průběhy následujících funkcí. Zaměřte se na to, zda tyto funkce nabývají globálních a lokálních extrémů (= lok. maxim a minim, (neostrých) glob. maxim a minim).

2. polynomy:

$$(a) \quad f_1(x) = x^2 - x^4 \qquad (b) \quad f_2(x) = -x^3 - 2x^2 + x + 2$$

3. racionální (lomené) funkce:

$$(a) \quad f_1(x) = \frac{1}{1-x^2} \qquad (b) \quad f_2(x) = \frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x-2)}$$

$$(c) \quad g(x) = \begin{cases} \frac{|1+2x|}{\sqrt{1-2x+x^2}} & x \neq 1 \\ 2 & x = 1 \end{cases}$$

4. gonio/cyklometrické funkce:

$$(a) \quad f_1(x) = \frac{\cos x}{2+\sin x} \qquad (b) \quad \arccos \left| \frac{1-x}{1-2x} \right|$$

5. exponenciála:

$$(a) \quad f_1(x) = e^x - x \qquad (b) \quad f_3(x) = x^{1/x} \\ (c) \quad f_4(x) = |x-1| \cdot \exp\left(-\frac{1}{(x-1)^2}\right) \qquad (d) \quad f_n(x) = e^x(x+1)^n \quad n \in \mathbb{N}$$

6. Další aplikace derivací:

- (a) Ukažte, že obdélník minimalizující obvod při daném obsahu je čtverec.
- (b) Z čtvercového listu papíru odstříhneme v rozích malé čtverce a složíme krabíčku (bez víka). Jak velké čtverce máme odstříhnout, aby vzniklá krabíčka měla co největší objem?







