

4. Série domácích cvičení – termín odevzdání 25. 4. 2025

1. Spočítejte limitu funkce $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Postup detailně zdůvodněte! (3 body)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln(1 + e^x)}{x}$$

2. Spočítejte limitu funkce $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Postup detailně zdůvodněte! (3 body)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)^{x^2}$$

3. Určete definiční obor funkce f – určete, v kterých jeho bodech existuje derivace a spočítejte ji (příp. spočítejte jako bonus jednostranné derivace). (3 body)

$$f(x) = \frac{(\ln x)^x}{x^{\ln x}}$$

4. Vypočtěte derivaci reálné funkce g ve všech bodech, kde existují (včetně jednostranných derivací): (3 body)

$$g(x) = \begin{cases} x^2 e^{-x^2} & \text{pro } |x| \leq 1 \\ \frac{1}{e} & \text{pro } |x| > 1. \end{cases}$$