

13. Cvičení z MA I. (15. 5. 2024)

ufal.mff.cuni.cz/course/nmai054

Newtonův integrál

1. Spočítejte následující Newtonovy integrály (případně zdůvodněte, že neexistují).

- (a) $\int_0^1 x^\alpha dx$, $\alpha \in \mathbb{R}$ (b) $\int_0^\infty \sin x dx$ (c) $\int_0^5 |x^2 - 3x + 2| dx$
(d) $\int_a^b \operatorname{sgn} x dx$ (e) $\int_0^1 x \operatorname{arctg} x dx$ (f) $\int_0^1 \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x} dx$
(g) $\int_0^1 \frac{e^x}{e^{2x} + 3} dx$ (h) $\int_{\frac{1}{e}}^e |\ln x| dx$

Riemannův integrál.

2. Určete z definice hodnotu Riemannova integrálu $(R) \int_{-2}^2 [x] dx$.

3. S použitím Riemannova integrálu:

- (a) Odhadněte shora číslo $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2}$ a na základě toho dokažte, že řada $\sum_{k=1}^\infty \frac{1}{k^2}$ konverguje.
(b) Odhadněte zdola číslo $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$ a na základě toho dokažte, že řada $\sum_{k=1}^\infty \frac{1}{k}$ diverguje.

Jaký je vztah mezi Riemannovým a Newtonovým integrálem?
