

Vzorový zápočtový test

1. Spočítejte následující limitu ($n \in \mathbb{N}$), pečlivě zdůvodňujte (vždy uvádějte, které věty používáte): (8 bodů)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \left[\ln \left(1 - \operatorname{arctg} \frac{3}{n} \right) \right]$$

2. Mejmte funkci f : (10 bodů)

$$f(x) = \begin{cases} \exp\left(-\frac{1}{1-x^2}\right) & \text{pro } |x| < 1 \\ 0 & |x| \geq 1. \end{cases}$$

Vyšetřete spojitost této funkce. Dále zjistěte, pro která $x \in D_f$ existuje derivace $f'(x)$, případně jednostranné derivace $f'_+(x)$ a $f'_-(x)$. tyto derivace spočítejte.

3. Mejmte funkci f : (12 bodů)

$$f(x) = \ln(|x| - x^2)$$

Najděte její globální a lokální extrémy, postup pečlivě zdůvodněte!

4. Určete primitivní funkci na maximálních intervalech, kde existuje: (10 bodů)

$$\int \arcsin \frac{x}{3} \, dx$$