

### 3. Série domácích cvičení – termín odevzdání 4. 4. 2023

1. Zjistěte, pro která čísla  $x \in \mathbb{R}$  je následující posloupnost  $\{a_n\}$  monotonní. (3 body)

$$a_n = \left( \frac{x^3}{3x - 2} \right)^n$$

2. Spočítejte (detailně zdůvodněte!): (3 body)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n + a^{n-1} + \dots + a + 1}{b^n + b^{n-1} + \dots + b + 1} \quad (\text{kde } a, b \in \mathbb{R}, |a| < 1, |b| < 1)$$

3. Dokažte, že následující rekurentně zadaná posloupnost  $\{a_n\}$  má limitu; tuto limitu spočítejte:

$$a_1 = t \quad (t > 0 \text{ je parametr}), \quad a_{n+1} = \frac{1}{2} \left( a_n + \frac{2}{a_n} \right) \text{ pro každé } n \in \mathbb{N}$$

Pozor na  $t = \sqrt{2}$ ! (6 bodů)