

1. Série domácích cvičení – termín odevzdání 7. 3. 2023

1. Dokažte, že kartézský součin množiny celých čísel (tedy množina $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$) je spočetná množina. (Sestrojte příslušnou bijekci a zdůvodněte!) (3 body)
2. Najděte (pokud existují) supremum a infimum množiny $B \subset \mathbb{R}$, $B = \{\sin x \cos x; x \in \mathbb{R}\}$; existuje pro ni maximum a minimum – pokud ano, čemu se rovná? (3 body)
3. Necht $X_Q = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 < 100/49\}$. V tělese $(\mathbb{Q}, <)$ najděte $\inf X_Q$ a $\sup X_Q$. Pokud existují, najděte též maximum a minimum.
Jak se výsledky změní, když v definici X_Q nahradíme \mathbb{Q} za \mathbb{N} , \mathbb{Z} (označme tyto množiny X_N a X_Z)? A změní se něco, uvažujeme-li X_Q, X_N, X_Z v tělese v $(\mathbb{R}, <)$? (3 body)
4. Mějme množinu X a množinu čísel opačných, tedy $-X = \{-x \mid x \in X\}$. Dokažte, že platí:
 $\inf\{-X\} = -\sup\{X\}$ (3 body)