

## 4. Série domácích cvičení – termín odevzdání 9.12., resp. 10.12.2021

**Příklady 1-3 po 1 bodu, 4. příklad 2 body** (tedy max 5 bodů)

**1.** (1 bod)

Mějme množinu  $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x \sin z + y \cos z - e^z = 0\}$ .

(a) Ukažte, že tuto množinu lze na okolí bodu  $a = (2, 1, 0)$  popsat jako graf funkce  $z = z(x, y)$ , kde  $z(2, 1) = 0$ .

(b) Spočítejte parciální derivace prvního řádu této funkce  $z$  v příslušném bodu  $a$ .

(c) Napište rovnici tečné roviny (pokud existuje) ke grafu funkce  $z$  v bodě  $a$ .

**2.** (1 bod)

Najděte všechny globální a lokální extrémy následující funkce na jejím definičním oboru:

$$f(x, y) = \frac{x^3}{3} - xy + \frac{y^2}{2}$$

**3.** (1 bod)

Zjistěte pomocí Lagrangeových multiplikátorů lokální extrémy funkce  $f(x, y) = x + y$  na množině  $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 1 = 0\}$

**4.** (2 body)

Zjistěte lokální extrémy funkce  $f(x, y) = x^2 + y^2 - 6x - 4y + 11$  na množině  $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x \leq 5\}$  – využijte libovolných metod, ale detailně zdůvodněte.

---

**Pro zájemce o další procvičení** (nejde o dom. úkol)

**1.** Najděte všechny body podezřelé z extrému, případně určete též lokální a globální extrémy následující funkce  $f$  (na celém definičním oboru):

$$f(x, y, z) = -x^3 + 3xz + 2y - y^2 - 3z^2$$

**2.** Najděte všechny body podezřelé z extrému, případně určete též lokální a globální extrémy následující funkce  $f$  (na celém definičním oboru)

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y}{x^2 + y^2} & \text{pro } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{pro } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Pokud byste potřebovali, můžete využít skutečnost, že funkce  $f$  je spojitá a má tot. diferenciál na  $\mathbb{R}^2$  (bylo za domácí úkol).