

3. Série domácích cvičení – termín odevzdání 25.11., resp. 26.11.2021

1. (1 bod) Vypočtěte totální diferenciál funkce $f(x, y, z) = \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{z}}$ všude, kde existuje, a vyčíslete jej v bodě $(1, 1, 1)$.

2. (1 bod) Mějme následující funkci:

$$f(x, y) = 4 \cdot \sqrt{1 - \frac{y}{x+1}}$$

a) Najděte definiční obor funkce f a načrtněte jej.

b) Ukažte, že funkce f je diferencovatelná v bodě $[0, -3]$ a určete v tomto bodě její totální diferenciál.

c) Napište rovnici tečné roviny ke grafu f v bodě $[0, -3, 8]$.

d) Najděte lineární aproximaci funkce f v okolí bodu $[0, -3]$.

3. (1 bod) Nechť $f(x, y) = -x^2 - y^2 + 2x + 4y - 4$.

Určete tečnou rovinu T , která je kolmá k přímkce $\{[t, t, t] \in \mathbb{R}^3; t \in \mathbb{R}\}$. Ve kterém bodě protíná T přímkku $\{(0, 0, t) \in \mathbb{R}^3; t \in \mathbb{R}\}$?

Tečná nadrovina. Nechť $G \subset \mathbb{R}^n$ otevřená, $a \in G$, $f \in C^1(G)$. Tečnou nadrovinou ke grafu funkce f v bodě $[a, f(a)]$ rozumíme graf fce T , $x \in \mathbb{R}^n$:

$$T : x \mapsto f(a) + \frac{\partial f}{\partial x_1}(a)(x_1 - a_1) + \cdots + \frac{\partial f}{\partial x_n}(a)(x_n - a_n)$$

4. (2 body) Mějme funkci $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ a funkce $r, s, t : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:

$$f(u, v, w) = u + vw$$

$$r(x) = x^2, s(x) = x^3 \text{ a } t(x) = \ln x$$

(a) (1 bod) Spočítejte všechny parciální derivace složené funkce $f(r(x), s(x), t(x))$. Užijte maticové značení z přednášky!

(b) (1 bod) Zkontrolujte výpočet derivací přímo („postaru“).