# 8. cvičení z MA II. (25. a 26. 11. 2021)

`ufal.mff.cuni.cz/course/nmai054`

**Extrémy funkcí více proměnných.**
Kde budeme hledat body „podezřelé" z extrému?

**1. (=4b. z minula)** Najděte všechny body podezřelé z extrému, případně určete též lokální a globální extrémy následující funkce $f$ (na celém definičním oboru):

$f(x,y) = xy\ln(x^2+y^2)$

**2. (=5. z minula)** Vyšetřete lokální a globální extrémy následujících funkcí $f$ na zadaných množinách $M$:

(a) $f(x,y) = \sqrt{3}x - y + 2$ na $M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2; x^2+2x+y^2 = 0\}$
(minule jsme nespočítali)

(b) $f(x,y) = x^2 - y^2$ , $M = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y + e^{-x^2} - 1 = 0\}$

**Metoda Lagrangeových multiplikátorů.**
Mějme reálné funkce $f, g_1, ...g_k : U \to \mathbb{R}$ ($U \subset \mathbb{R}^n$ je otevřená množina). Nechť tyto funkce mají na $U$ spojité parc. derivace. Předpokládejme dále, že vektory $\nabla g_1, ...\nabla g_k$ jsou lineárně nezávislé.
Potom platí:
Nabývá-li li funkce $f$ v bodě $a = (a_1, ...a_n)$ lokálního extrému vázaného podmínkami

$$g_1(x) = ... = g_k(x) = 0,$$

pak existují čísla $\lambda_1, ...\lambda_k$ taková, že pro všechna $i = 1, ...n$ platí:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i}(a) + \sum_{j=1}^{k} \lambda_j \frac{\partial g_j}{\partial x_i}(a) = 0$$

(JINAK: Lagrangeova funkce $L = f + \langle \lambda, g \rangle$ má v $a$ stacionární bod, tedy její parc. derivace jsou tam nulové.)

**3.** Zjistěte lokální extrémy funkcí na zadaných množinách – využijte Lagrangeovy multiplikátory.

(a) $f(x,y) = \sqrt{3}x - y + 2$ na množině $M = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+2x+y^2 = 0\}$.

(b) $f(x,y) = y$ na množině $M = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^3+y^3-3xy = 0\}$