

10. cvičení z MA II. (9. a 10. 12. 2021)

ufal.mff.cuni.cz/course/nmai054

Riemannův integrál.

Jak je definovaný Riemannův integrál? Kdy existuje?

1. Spočítejte integrál $\int_0^1 x^2 dx$ dle definice Riemmannova integrálu. (dokončení z minulé hodiny)

2. Jaký je vztah mezi Riemannovým a Newtonovým integrálem?

- (a) Kdy se dá ‘zaměnit’ a počítat Riemannův integrál jako Newtonův?
- (b) Vzpomeňte si na funkci, která má Newtonův integrál a nikoliv Riemannův integrál.
- (c) Vzpomeňte si na funkci, která má Riemannův integrál a nikoliv Newtonův integrál.

3. Odbočka: Co to je stejnoměrná spojitost a jak se liší od spojitosti ‘obyčejné’?

Jsou následující funkce na daných intervalech spojitě?

- (i) $f(x) = x$ na \mathbb{R}
- (ii) $f(x) = x^2$ na \mathbb{R}
- (iii) $f(x) = x^2$ na $\langle 1, 5 \rangle$

4. Spočítejte následující integrály - na co je potřeba dát pozor při substituci, při per partes?

- (i) $\int \exp(x) \sin(x) dx$
- (ii) $\int \frac{1}{x \ln(x)} dx$
- (iii) $\int_1^e \ln(x) dx$
- (iv) $\int_{e^{-1}}^e |\ln(x)| dx$
- (v) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^7(x) \cos(x) dx$
- (vi) $\int_0^1 \frac{1}{x^2} \sin\left(\frac{1}{x}\right) dx$

5. Rozložte na parciální zlomky a pak integrujte:

- (i) $\int \frac{1}{x(x-1)^2} dx$
- (ii) $\int \frac{4}{(x+2)(2x+1)} dx$
- (iii) $\int \frac{1}{x(1+x)(1+x+x^2)} dx$