

### 3. Série domácích cvičení – termín odevzdání 23.4.2021

1. Spočítejte (detailně zdůvodněte!): (2 body)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=1}^n \lfloor xk \rfloor}{n^2} \quad (\text{parametr } x \in \mathbb{R}, \lfloor x \rfloor \dots \text{ celá část } x)$$

2. Spočítejte (detailně zdůvodněte!): (2 body)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n + a^{n-1} + \dots + a + 1}{b^n + b^{n-1} + \dots + b + 1} \quad (\text{kde } a, b \in \mathbb{R}, |a| < 1, |b| < 1)$$

3. Dokažte, že následující rekurentně zadaná posloupnost  $\{a_n\}$  má limitu; tuto limitu spočítejte:

$$a_1 = t \quad (t > 0 \text{ je parametr}), \quad a_{n+1} = \frac{1}{2} \left( a_n + \frac{2}{a_n} \right) \text{ pro každé } n \in \mathbb{N}$$

Pozor na  $t = \sqrt{2}$ ! (4 body)