11. Cvičení z MA II. (3.5.2017)

Lokální a globální extrémy funkce, vázané extrémy

1. Najděte všechny lokální extrémy následujících funkcí:

(a) $f(x,y) = xy \log(x^2 + y^2)$

(b) $f(x,y) = x^2 + |\mathrm{arctg}\ y| - x^8$

(c) $f(x,y) = x + 2y + \frac{3}{4}x^2 + xy + 2y^2$ na $M = \{x, y]; y^2 - 2 \le x \le -y^2 + 2\}$

Domácí úkol na 9.5.2017:
Najděte extrémy funkcí na zadaných množinách (po 2 bodech) ... POZOR, u (1) melo by jit o GLOBALNI extremy

(1) $f(x,y) = x^2 + y^2 - 6x - 4y + 11$ na množině
$M = \{(x,y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 - 4x \le 5\}$

(2) $f(x,y) = x^2 - y^2$ na množině $M = \{(x,y) \in R^2 \mid y + e^{-x^2} - 1 = 0\}$

Řešení:

1a. ostré lok. min. v b. $(\frac{1}{\sqrt{2e}}, \frac{1}{\sqrt{2e}})$ a $(-\frac{1}{\sqrt{2e}}, -\frac{1}{\sqrt{2e}})$, ostré lok. max. v b. $(\frac{1}{\sqrt{2e}}, -\frac{1}{\sqrt{2e}})$ a $(-\frac{1}{\sqrt{2e}}, \frac{1}{\sqrt{2e}})$, v b. $(\pm 1, 0)$, $(0, \pm 1)$ není extrém

1b. jediný extrém ... ostré lok. minimum v (0,0)

1c . vnitřek: podezřelý bod $(-\frac{2}{5}, -\frac{2}{5})$, hranice: podezřelé body $(0, \pm\sqrt{2})$, $(-2, 0)$, $(-1, -1)$, $(1, 1)$, $(\frac{2}{3}, \pm\frac{2}{\sqrt{3}})$; glob. minimum v b. $(-\frac{2}{5}, -\frac{2}{5})$, glob. maximum v b. $(0, \sqrt{2})$

Dú :

1. $(3, 2)$ ostré lok. minimum; $(2 - \frac{3}{\sqrt{5}}, -\frac{6}{\sqrt{5}})$ ostré lok. maximum; podezřelý bod na hranici $(2 + \frac{3}{\sqrt{5}}, +\frac{6}{\sqrt{5}})$ není extrémem

2. $(0, 0)$ ostré lok. minimum