

## 5. Cvičení z MA I. (3.11. a 11.11.2015)

Markéta Lopatková

[ufal.mff.cuni.cz/course/nmai054](http://ufal.mff.cuni.cz/course/nmai054)

1. Spočítejte následující limity (nebo dokažte, že neexistují):

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{4+(-1)^n}{-7} \right)^n & \text{(b)} \lim_{n \rightarrow \infty} (n + \cos(n^2)) & \text{(c)} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + (-2)^n}{3^n} \\ \text{(d)} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n + 2}{2^n(3 - (-1)^n)} & \text{(e)} \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 - n} - 2n) & \text{(f)} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{2n+5} - 3\sqrt[3]{2n}}{\sqrt{n^3+2} + \sqrt[3]{n^4}} \end{array}$$

2. Určete, čemu se rovnají limity pro  $q \in \mathbb{R}$ ,  $k \in \mathbb{N}$ :

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \lim_{n \rightarrow \infty} q^n & \text{(b)} \lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot q^n & \text{(c)} \lim_{n \rightarrow \infty} n^k \cdot q^n \\ \text{(d)} \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a}, a \in \mathbb{R}, a \geq 0 & \text{(e)} \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} & \text{(f)} \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n!} \\ \text{(g)} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{q^n}{n!} & \text{(h)} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{n^n} & \text{(i)} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^k}{n!} \end{array}$$

3. Spočítejte limity:

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + n^5}{n^6 + n!} & \text{(b)} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + n} \cdot (2^n - n)}{(n^2 - n + 1)(n! + \ln n)} \\ \text{(c)} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{\frac{2}{3}} \sin n!}{n+1} & \text{(d)} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 2n^n + n!}{(n+1)^4 + \sin n + (3n)!} \end{array}$$

Dú (na 9.11. a 16.11.): Spočítejte následující limity.

- (1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a^n + b^n + c^n}, \quad a, b, c \in \mathbb{R}^+$
- (2) Vyberte si jeden z příkladů (2g)-(2i) a spočítejte limitu – dokažte!  
(2 body)

**Řešení:**

1a. 0    1b.  $+\infty$     1c. 0    1d. 0    1e.  $-\frac{1}{4}$     1f.  $\sqrt{2}$

2a.    2b.    2c.    2d. 1    2e. 1    2f.  $+\infty$     2g. 0    2h. 0    2i. 0

3a. 0    2b. 0    3c. 0    2d. 0