

13. Cvičení z MA I. (5. a 6.1.2016)

Určete průběhy následujících funkcí.

Postup:

1. definiční obor Df; limitní chování na krajích Df, v “podezřelých” bodech
2. spojitost; sudost/lichost; periodicitu
3. průsečíky s osami
4. asymptoty v $\pm\infty$
($p(x) = ax + b$, kde $a = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x}$ a $b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - ax)$)
5. první derivace v Df; jednostranné limity
6. monotonie; podezřelé body – diskuse (lok. a glob. max/min)
7. druhá derivace ($f'' > 0$ konvex. \cup ; $f'' < 0$ konkáv. \cap) (POZOR, tady byla chyba!!)
8. konvexnost/konkávnost/inflexní body
9. graf funkce

1. Ukázkové příklady:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \sqrt[3]{(x^4 - 1)^2} & \text{(b)} \quad & |x| \cdot \exp(-|x - 1|) & \text{(c)} \quad & |x - 2| - 2 \cdot \operatorname{arctg} x \\ \text{(d)} \quad & f(x) = \begin{cases} \exp(-\frac{1}{\sin^2 x}) & x \in R \setminus \{k\pi; k \in Z\} \\ 0 & x = k\pi; k \in Z \end{cases} \end{aligned}$$

Další příklady na průběh funkcí.

2. polynomy:

$$\text{(a)} \quad f_1(x) = x^2 - x^4 \quad \text{(b)} \quad f_2(x) = -x^3 - 2x^2 + x + 2$$

3. racionální (lomené) funkce:

$$\text{(a)} \quad f_1(x) = \frac{1}{1-x^2} \quad \text{(b)} \quad f_2(x) = \frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x-2)}$$

$$\text{(c)} \quad f_3(x) = \begin{cases} \frac{|1+2x|}{\sqrt{1-2x+x^2}} & x \neq 1 \\ 2 & x = 1 \end{cases}$$

4. gonio/cyklometrické funkce:

$$\text{(a)} \quad f_1(x) = \frac{\cos x}{2 + \sin x} \quad \text{(b)} \quad f_2(x) = \arccos \left| \frac{1-x}{1-2x} \right|$$

$$\text{(c)} \quad f_3(x) = \arcsin \left(\frac{2x}{1+x^2} \right) - 2 \operatorname{arctg} x$$

5. exponenciála:

$$() \quad f(x) = e^{\lfloor x \rfloor} \quad \text{kde } \lfloor x \rfloor \text{ je celá část } x$$

$$\text{(a)} \quad f_1(x) = e^x - x \quad \text{(b)} \quad f_2(x) = x^x$$

$$\text{(c)} \quad f_3(x) = x^{1/x} \quad \text{(d)} \quad f_4(x) = |x - 1| \cdot \exp \left(-\frac{1}{(x-1)^2} \right)$$

(e) $f_5(x) = (x + 2) \cdot \exp(\frac{1}{x})$ (f) $f_n(x) = e^x(x + 1)^n$, $n \in \mathbb{N}$