

4. Cvičení z MA I. (24.10.2012)

Aritmetika limit. Věta o dvou policajtech. Limita omezené monotonní posloupnosti.

Rozcvička.

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3+1} & \text{(b)} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2-1}{3n^2+2} & \text{(c)} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^3-n^2+1}{n^3+2n^2-n} \\ \text{(d)} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3-2}{n^2+1} & \text{(e)} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n^2-1} & \end{array}$$

1. Spočítejte následující limity (nebo dokažte, že neexistují):

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} & \text{(b)} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=1}^n k}{n+2} - \frac{n}{2} \\ \text{(c)} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=1}^n \lfloor xk \rfloor}{n^2} & \text{(parametr } x \in R, \lfloor x \rfloor \dots \text{ celá část } x) \\ \text{(d)} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=1}^n k}{\sqrt[3]{8n^6-n}} & \end{array}$$

2. Příklady z cvičení 4 z minulé hodiny:

$$\begin{array}{ll} \text{(i)} \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n+5} - \sqrt{n-1} & \text{(j)} \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{(n+1)^2} - \sqrt[3]{(n-1)^2} \\ \text{(l)} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\lfloor \sqrt{n} \rfloor}{\sqrt{n}} & \text{(m)} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2+4n+n \sin n}{n \cos 3n + (2n + \sin n)^2} \end{array}$$

Dů: (na 31.10.)

$$\begin{array}{l} 1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=1}^n k^3}{n^4} \\ 2. \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) \\ 3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{n^5+2} - \sqrt[3]{n^2+1}}{\sqrt[5]{n^4+2} - \sqrt[2]{n^3+1}} \end{array}$$

Řešení:

$$\begin{array}{llll} 1\text{a. } 1 & 1\text{b. } -\frac{1}{2} & 1\text{c. } \frac{x}{2} & 1\text{d. } \frac{1}{4} \\ 2\text{i. } 0 & 2\text{j. } 0 & 2\text{l. } 1 & 2\text{m. } \frac{1}{2} \end{array}$$