2. Cvičení z MA II. (2. a 3. 3. 2011)

Co jsou to primitivní funkce? Jaké má vlastnosti (spojitost)? Kdy má funkce primitivní funkci (spojitost)?

Určete primitivní funkce k následujícím funkcím:

1. Rozcvička:

(a) $\int x^3+2x+\frac{16}{x}dx$ (b) $\int 18e^x+16e^{8x}-\frac{1}{x}+3\cos x dx$ (c) $\int \cos^2 \frac{x}{2} dx$

(d) $\int(3e^x + \frac{1}{x})dx$ (e) $\int(\frac{1}{\cos^2 x} + \sqrt{x})dx$ (f) $\int \frac{x^2-1}{x}dx$

(g) $\int(\sqrt[3]{x} + x^2)dx$ (h) $\int \mathrm{tg}^2 x dx$ (i) $\int \frac{(1-x)^2}{x\sqrt{x}}dx$

(j) $\int \frac{1}{(x-a)^n}dx,\ n \in N, a \in R$ (k) $\int \frac{1}{(3x^2-2x-1)}dx$

2. ‘Lepení’ primitivních funkcí:

(a) $\int |x|dx$ (b) $\int f(x)dx\ f(x) = 0\ (x \leq 0)\ ,\ f(x) = x\ (x > 0)$

(c) $\int \sqrt{x^6}dx$ (d) $\int |\cos x|dx$ (e) $\int |\sin x + \cos x|dx$

Domácí úkol na 9., resp. 10. 3. 2011: Příklad 1j, 2e (viz výš) a následující příklad:

$$\int 5^x \sin x dx$$

Zopakovat/naučit se/pochopit metodu per partes.

Řešení: (až na c)

1a. $\frac{1}{4}x^4 + x^2 + 16\log|x|$, na $(-\infty, 0)$ a na $(0, \infty)$ **1b.** $18e^x + 2e^{8x} - \log|x| + 3\sin x$, na $(-\infty, 0)$ a na $(0, \infty)$ **1c.** $\frac{x}{2} + \frac{\sin x}{2}$, na R

...

1j. $\frac{1}{1-n}\frac{1}{(x-a)^{n-1}}$, na $(-\infty, a)$ a na (a, ∞) pro $n > 1$; $\log(x-a)$, na (a, ∞) pro $n = 1$; $\log(a-x)$, na $(-\infty, a)$ pro $n = 1$ **1k.** $\frac{1}{4}\log|\frac{x-1}{3x+1}|$, na $(-\infty, -\frac{1}{3})$ a na $(-\frac{1}{3}, 1)$ a na $(1, \infty)$

2a. $\mathrm{sgn}(x) \cdot \frac{x^2}{2}$, na R **2b.** $F(x) = c$ na $< -\infty, 0 >$, $F(x) = \frac{x^2}{2}$ na $< 0, \infty >$ **2c.** $\frac{1}{4}|x| \cdot x^3$, na R **2d.** $(-1)^k \sin x + 2k$, na $x \in < -\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi >, k \in Z$ **2e.** $(-1)^k(-\cos x + \sin x) + 2k\sqrt{2}$, pro $x \in < -\frac{\pi}{4} + k\pi, -\frac{\pi}{4} + (k+1)\pi >$ pro $\forall k \in Z$

Dú. $\frac{5^x}{1+\log^2 5}(\log 5 \cdot \sin x - \cos x)$, na R