

### 13. Cvičení z MA I. (11.1.2011)

Určete průběhy následujících funkcí.

#### Postup:

1. definiční obor Df; limitní chování na krajích Df, v “podezřelých” bodech
2. spojitost; sudost/lichost; periodicitu
3. průsečky s osami
4. první derivace v Df; jednostranné limity
5. monotonie; podezřelé body – diskuse (lok. a glob. max/min)
6. druhá derivace
7. konvexnost/konkávnost/inflexní body
8. asymptoty v  $\pm\infty$   
 $(p(x) = ax + b, \text{ kde } a = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} \text{ a } b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) - ax)$
9. graf funkce

#### 1. Ukázkové příklady:

- (a)  $\sqrt[3]{(x^4 - 1)^2}$       (b)  $|x| \cdot \exp^{-|x-1|}$       (c)  $|x - 2| - 2 \cdot \operatorname{arctg} x$
- (d)  $f(x) = \begin{cases} \exp(-\frac{1}{\sin^2 x}) & x \in R \setminus \{k\pi; k \in Z\} \\ 0 & x = k\pi; k \in Z \end{cases}$

Další příklady na průběh funkcí.

#### 2. polynomy:

- (a)  $f_1(x) = x^2 - x^4$       (b)  $f_2(x) = -x^3 - 2x^2 + x + 2$

#### 3. racionální (lomené) funkce:

- (a)  $f_1(x) = \frac{1}{1-x^2}$       (b)  $f_2(x) = \frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x-2)}$

- (c)  $f_3(x) = \begin{cases} \frac{|1+2x|}{\sqrt{1-2x+x^2}} & x \neq 1 \\ 2 & x = 1 \end{cases}$

#### 4. gonio/cyklometrické funkce:

- (a)  $f_1(x) = \frac{\cos x}{2+\sin x}$       (b)  $f_2(x) = \arccos \left| \frac{1-x}{1-2x} \right|$

- (c)  $f_3(x) = \arcsin \left( \frac{2x}{1+x^2} \right) - 2 \operatorname{arctg} x$

#### 5. exponenciála:

- ( )  $f(x) = e^{\lfloor x \rfloor}$       kde  $\lfloor x \rfloor$  je celá část  $x$

- (a)  $f_1(x) = e^x - x$       (b)  $f_2(x) = x^x$

- (c)  $f_3(x) = x^{1/x}$       (d)  $f_4(x) = |x-1| \cdot \exp \left( -\frac{1}{(x-1)^2} \right)$

- (e)  $f_5(x) = (x+2) \cdot \exp(\frac{1}{x})$       (f)  $f_n(x) = e^x (x+1)^n, \quad n \in N$