

## 4. Cvičení z MA I. (23. 10. 2018)

Markéta Lopatková

[ufal.mff.cuni.cz/course/nmai054](http://ufal.mff.cuni.cz/course/nmai054)

Co je to posloupnost, monotónní posloupnost? Jaká je definice limity pro posloupnosti; nevlastní limita?

1. Rozhodněte, zda jsou následující posloupnosti monotónní.

- (a)  $\{ 2n + (-1)^n \}_{n=1}^{\infty}$       (b)  $\{ \frac{1}{1+n^2} \}_{n=1}^{\infty}$
- (c)  $\{ \frac{n+1}{n+2} \}_{n=1}^{\infty}$       (d)  $\{ \frac{n+1}{\sqrt{n^2+2n-2}} \}_{n=1}^{\infty}$

2. Spočítejte přímo podle definice limity posloupnosti.

- (a)  $\{ \frac{1}{n} \}_{n=1}^{\infty}$       (b)  $\{ \frac{1}{1+n^2} \}_{n=1}^{\infty}$

3. Spočítejte následující limity (nebo dokažte, že neexistují):

- (a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n$       (b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos(-1)^n$
- (c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^{n!}$       (d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{n}$
- (e)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos^2(n\pi/4)$       (f)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sin n^2$
- (g)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2+5n}{-n^2+4n}$       (h)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n+5^n+10^n}{-2^{n+1}+5^{n+1}+10^{n+1}}$
- (i)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n+5} - \sqrt{n-1}$       (j)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{(n+1)^2} - \sqrt[3]{(n-1)^2}$
- (k)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|\sqrt{n}|}{\sqrt{n}}$       (l)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=1}^n k}{n+2} - \frac{n}{2}$

**Domácí úkol (30. 10. 2018)** Spočítejte přímo podle definice limity posloupností (případně dalších vet a definic z přednášky).

- (1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \log n$
- (2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a}$  (kde  $a \geq 0, a \in \mathbb{R}$  je pevný parametr).

**Řešení:**

1a. nekles.    1b. kles.    1c. rost.    1d. kles. (tady byla chyba)

2a. 0

3a. neex.    3b.  $\cos 1$     3c. 1    3d. 0    3e. neex.    3f. 0