5. Cvičení z MA II. (27.3.2019)

`ufal.mff.cuni.cz/course/nmai054`

Určitý integrál. Jak se definuje Riemannův integrál a jaké jsou nutné / postačující podmínky pro jeho existence? Jak se definuje Newtonův integrál a jaké jsou nutné / postačující podmínky pro jeho existence? Vztah Newtonova a Riemannova integrálu

1. Riemannův určitý integrál z definice:

(Dú) $(R)\int_{-2}^{2}\lfloor x\rfloor \, \mathrm{d}x$, kde $\lfloor x\rfloor$ je celá část x

2. Metody pro výpočet určitého integrálu: výpočet pomocí primitivní funkce, per partes, substituce.

(a) $\int_0^1 x^\alpha \, \mathrm{d}x$, $\alpha \in R$ (b) $\int_0^\infty \sin x \, \mathrm{d}x$ (c) $\int_0^5 |x^2-3x+2| \, \mathrm{d}x$

(d) $\int_1^e x^2 \ln x \, \mathrm{d}x$ (e) $\int_0^1 x \operatorname{arctg} x \, \mathrm{d}x$ (f) $\int_0^\pi \frac{1}{1+3\sin^2 x} \, \mathrm{d}x$

3. Příklady k (domácímu) procvičování:

(a) $\int_{-\sqrt{3}}^1 \frac{1}{1+x^2} \, \mathrm{d}x$ (b) $\int_{-\frac{\sqrt{3}}{2}}^0 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \, \mathrm{d}x$ (c) $\int_{-\frac{\sqrt{3}}{2}}^0 \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} \, \mathrm{d}x$

(d) $\int_0^8 \sqrt{1+x} \, \mathrm{d}x$ (e) $\int_0^\pi \frac{\sin 2x}{\sin x} \mathrm{d}x$ (f) $\int_2^{1+\sqrt{3}} \frac{1}{x^2-2x+2} \, \mathrm{d}x$

(g) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^3 x \cos x \, \mathrm{d}x$ (h) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin^2 x \, \mathrm{d}x$ (i) $\int_0^{\frac{11\pi}{6}} \sin^2 x \, \mathrm{d}x$

4. Aplikace určitého integrálu: plocha rovinného útvaru, délka oblouku křivky a objem rotačního tělesa pomocí integrálu – k procvičení doma (pouze využití vzorečků z přenášky), **viz zvláštní papír s příklady, tam i bonusové úkoly.**

Dú. Spočítejte (na 1.4.2019)

(a) $\int_3^5 \frac{\sqrt{x^2-9}}{x} \, \mathrm{d}x$

(b) $\int_0^{+\infty} x^n e^{-x} \, \mathrm{d}x$

(c) $\int_0^a |\cos x| \, \mathrm{d}x$ **, kde** $a = \frac{49}{6}\pi$