

## 4. Cvičení z MA II. (13.3.19)

ufal.mff.cuni.cz/course/nmai054

1. Spočítejte primitivní funkce - rozcvička:

$$(a) \int x^n \ln x \, dx \quad (b) \int \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x} \, dx \quad (c) \int \frac{\sqrt{\operatorname{arctg} x}}{1+x^2} \, dx$$

$$(d) \int \frac{5x}{2x+3} \, dx \quad (e) \int \sin x \cos 2x \, dx \quad (f) \int \frac{x-1}{x(\sqrt{x+\sqrt{x^2}})} \, dx$$

2. Důležité příklady:

$$(a) \int \frac{1}{\sin x} \, dx \quad (\text{na } (0, \pi), \text{ např. užití substituce } \operatorname{tg} \frac{x}{2} = t)$$

$$(b) \int \frac{1}{1+3\sin^2 x} \, dx \quad (\text{na } (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), \text{ užití např. substituce } \operatorname{tg} x = t)$$

3. Zvolte vhodnou substituci a spočítejte (na intervalech, které jsou 'přirozeným' definičním oborem výsledných primitivních funkcí):

$$(a) \int \frac{1+\operatorname{tg}^2 x}{1+\operatorname{tg} x} \, dx \quad (b) \int \frac{1}{1+\operatorname{tg} x} \, dx \quad (c) \int \frac{1}{2\sin x - \cos x + 5} \, dx$$

$$(d) \int \sin x \sin 2x \, dx$$

4. Doplnující příklady (též na případné domácí procvičování):

$$(a) \int \frac{x^{17}-5}{x-1} \, dx \quad (b) \int \frac{e^{3x}+1}{e^x+1} \, dx \quad (c) \int \frac{1}{e^{2x}+e^x-2} \, dx$$

$$(d) \int \cos^2 x \, dx \quad (e) \int \sin^3 x \cos^2 x \, dx \quad (f) \int \frac{\sin x}{(1-\cos x)^2} \, dx$$

$$(g) \int \sin x \cdot \sqrt{2+\cos x} \, dx \quad (h) \int \frac{e^{5x}-1}{e^{2x}} \, dx \quad (i) \int x \cdot \sqrt{x^2+1} \, dx$$

$$(j) \int x \cdot \sqrt{2-3x^2} \, dx \quad (k) \int \frac{\sin 2x}{1+\cos^2 x} \, dx \quad (l) \int \frac{1}{x^2-1} \, dx$$

**Domácí úkol na 18.3.2019:**

$$(1) \int \frac{2^{x+1}-5^{x-1}}{10^x} \, dx$$

$$(2) \int \log(x + \sqrt{1+x^2}) \, dx$$

$$(3) \int \frac{\cos^2 x}{\sin x(1-\cos x)} \, dx$$

Zopakovat/naučit se/pochopit, jak fungují standardní substituce  $t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$ ,  $t = \operatorname{tg} x$ .