4. Cvičení z MA I. (23. 10. 2018)

Markéta Lopatková

ufal.mff.cuni.cz/course/nmai054

Co je to posloupnost, monotónní posloupnost? Jaká je definice limity pro posloupnosti; nevlastní limita?

1. Rozhodněte, zda jsou následující posloupnosti monotónní.

(a) $\{\ 2n + (-1)^n\ \}_{n=1}^{\infty}$ (b) $\{\ \frac{1}{1+n^2}\ \}_{n=1}^{\infty}$

(c) $\{\ \frac{n+1}{n+2}\ \}_{n=1}^{\infty}$ (d) $\{\ \frac{n+1}{\sqrt{n^2+2n-2}}\ \}_{n=1}^{\infty}$

2. Spočítejte přímo podle definice limity posloupnosti.

(a) $\{\ \frac{1}{n}\ \}_{n=1}^{\infty}$ (b) $\{\ \frac{1}{1+n^2}\ \}_{n=1}^{\infty}$

3. Spočítejte následující limity (nebo dokažte, že neexistují):

(a) $\lim_{n\to\infty}(-1)^n$ (b) $\lim_{n\to\infty}\cos(-1)^n$

(c) $\lim_{n\to\infty}(-1)^{n!}$ (d) $\lim_{n\to\infty}\frac{(-1)^n}{n}$

(e) $\lim_{n\to\infty}\cos^2(n\pi/4)$ (f) $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sin n^2$

(g) $\lim_{n\to\infty}\frac{3n^2+5n}{-n^2+4n}$ (h) $\lim_{n\to\infty}\frac{3^n+5^n+10^n}{-2^{n+1}+5^{n+1}+10^{n+1}}$

(i) $\lim_{n\to\infty}\sqrt{n+5}-\sqrt{n-1}$ (j) $\lim_{n\to\infty}\sqrt[3]{(n+1)^2}-\sqrt[3]{(n-1)^2}$

(k) $\lim_{n\to\infty}\frac{\lfloor\sqrt{n}\rfloor}{\sqrt{n}}$ (l) $\lim_{n\to\infty}\frac{\sum_{k=1}^{n}k}{n+2}-\frac{n}{2}$

Domácí úkol (30. 10. 2018) Spočítejte přímo podle definice limity posloupností (případně dalších vet a definic z přednášky).

(1) $\lim_{n\to\infty}\log n$

(2) $\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{a}$ (kde $a \geq 0, a \in R$ je pevný parametr).

Řešení:
1a. nekles. 1b. kles. 1c. rost. 1d. kles. (tady byla chyba)

2a. 0
3a. neex. 3b. $\cos 1$ 3c. 1 3d. 0 3e. neex. 3f. 0