

## 5. Cvičení z MA II. (21.3.2018)

ufal.mff.cuni.cz/course/nmai054

**Určitý integrál.** Jak se definuje Riemannův integrál?

1. Riemannův určitý integrál z definice:

(a)  $(R) \int_{-\pi}^{\pi} 1 \, dx$                       (b)  $(R) \int_{-1}^1 \operatorname{sgn}(x) \, dx$

(c)  $(R) \int_{-2}^2 [x] \, dx$ , kde  $[x]$  je celá část  $x$

Kdy je funkce R-integrovatelná?

Jak se definuje Newtonův integrál, kdy je funkce N-integrovatelná?

2. Určitý integrál pomocí primitivní funkce. Existuje Riemannův integrál?

(a)  $\int_0^1 x^\alpha \, dx$ ,  $\alpha \in R$       (b)  $\int_0^\infty \sin x \, dx$

(c)  $\int_{-\sqrt{3}}^1 \frac{1}{1+x^2} \, dx$       (d)  $\int_{-\frac{\sqrt{3}}{2}}^0 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$       (e)  $\int_{-\frac{\sqrt{3}}{2}}^0 \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$

(f)  $\int_0^8 \sqrt{1+x} \, dx$       (g)  $\int_0^\pi \frac{\sin 2x}{\sin x} dx$       (h)  $\int_2^{1+\sqrt{3}} \frac{1}{x^2-2x+2} \, dx$

(i)  $\int_0^5 |x^2 - 3x + 2| \, dx$

3. Per partes a substituce pro urč. integrál (vs. primitivní fce):

(a)  $\int_1^e x^2 \ln x \, dx$       (b)  $\int_0^1 x \operatorname{arctg} x \, dx$       (c)  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^3 x \cos x \, dx$

(d)  $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin^2 x \, dx$       (e)  $\int_0^{\pi} \frac{1}{1+3 \sin^2 x} \, dx$

**Dů.** Spočítejte (na 27.3.2018)

(a)  $\int_3^5 \frac{\sqrt{x^2-9}}{x} \, dx$

(b)  $\int_0^{+\infty} x^n e^{-x} \, dx$

(c)  $\int_0^a |\cos x| \, dx$ , kde  $a = \frac{49}{6} \pi$

**Řešení:**

**1a.**  $2\pi$    **1c.**  $-2$

**2a.** pro  $\alpha \leq -1$  neex., pro  $\alpha > -1 \dots \frac{1}{\alpha+1}$    **2b.** neex.   **2c.**  $\frac{7\pi}{12}$    **2d.**  $\frac{\pi}{3}$    **2e.**  $-\frac{\pi}{3}$

**2f.**  $\frac{52}{3}$    **2g.**  $0$    **2h.**  $\frac{\pi}{12}$    **2i.**  $\frac{29}{2}$    **2j.**  $\frac{33}{2}$

**3a.**  $\frac{1}{9}(2e^3 + 1)$    **3b.**  $\frac{1}{4}(\pi - 2)$    **3c.**  $2^{-6}$    **3d.**  $\frac{\pi}{4}$    **3e.**  $\frac{\pi}{2}$