

### 13. Cvičení z MA I. (6.1.2017)

Určete průběhy následujících funkcí.

#### Postup:

1. definiční obor Df; limitní chování na krajích Df, v “podezřelých” bodech
2. spojitost; sudost/lichost; periodicitu
3. průsečíky s osami
4. asymptoty v  $\pm\infty$   
 $(p(x) = ax + b, \text{ kde } a = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} \text{ a } b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - ax))$
5. první derivace v Df; jednostranné limity
6. monotonie; podezřelé body – diskuse (lok. a glob. max/min)
7. konvexita/konkávita – **úvahou** nebo druhá derivace  
 $(f'' > 0 \text{ konvex. } \cup; f'' < 0 \text{ konkáv. } \cap)$
8. konvexnost/konkávnost/inflexní body
9. graf funkce

#### 1. Ukázkové příklady:

- (a)  $\sqrt[3]{(x^4 - 1)^2}$       (b)  $|x| \cdot \exp(-|x - 1|)$       (c)  $|x - 2| - 2 \cdot \operatorname{arctg} x$
- (d)  $f(x) = \begin{cases} \exp(-\frac{1}{\sin^2 x}) & x \in R \setminus \{k\pi; k \in Z\} \\ 0 & x = k\pi; k \in Z \end{cases}$

Další příklady na průběh funkcí.

#### 2. polynomy:

- (a)  $f_1(x) = x^2 - x^4$       (b)  $f_2(x) = -x^3 - 2x^2 + x + 2$

#### 3. racionální (lomené) funkce:

- (a)  $f_1(x) = \frac{1}{1-x^2}$       (b)  $f_2(x) = \frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x-2)}$
- (c)  $f_3(x) = \begin{cases} \frac{|1+2x|}{\sqrt{1-2x+x^2}} & x \neq 1 \\ 2 & x = 1 \end{cases}$

#### 4. gonio/cyklometrické funkce:

- (a)  $f_1(x) = \frac{\cos x}{2+\sin x}$       (b)  $f_2(x) = \arccos \left| \frac{1-x}{1-2x} \right|$
- (c)  $f_3(x) = \arcsin \left( \frac{2x}{1+x^2} \right) - 2 \operatorname{arctg} x$

#### 5. exponenciála:

- ( )  $f(x) = e^{\lfloor x \rfloor}$       kde  $\lfloor x \rfloor$  je celá část  $x$
- (a)  $f_1(x) = e^x - x$       (b)  $f_2(x) = x^x$
- (c)  $f_3(x) = x^{1/x}$       (d)  $f_4(x) = |x - 1| \cdot \exp \left( -\frac{1}{(x-1)^2} \right)$

(e)  $f_5(x) = (x + 2) \cdot \exp(\frac{1}{x})$       (f)  $f_n(x) = e^x(x + 1)^n$  ,  $n \in \mathbb{N}$