8. Cvičení z MA I. (23.11.2016)

Markéta Lopatková

ufal.mff.cuni.cz/course/nmai054

Co jsou to (číselné) řady a jak se definuje jejich součet? Kdy řada konverguje? Nutná a postačující podmínka konvergence.

1. Lineární kombinace pro řady – dokažte následující:

(a) Jestliže řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje a $\alpha \in R$, pak řada $\sum_{n=1}^{\infty} \alpha a_n$ konverguje též. Přitom platí:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \alpha a_n = \alpha \sum_{n=1}^{\infty} a_n.$$

(b) Jestliže řady $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ a $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ konvergují, pak konverguje též řada $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n + b_n)$.
Přitom platí:

$$\sum_{n=1}^{\infty}(a_n + b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n + \sum_{n=1}^{\infty} b_n.$$

2. Rozhodněte, zda následující řady konvergují.

(a) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{1}{n}$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{1}{2n+1}$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{n+1}{(n+1)\sqrt{n+1}-1}$

(d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi}{n-\ln n}$

(e) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{n}{\sqrt{n^3+1}}$

Dú (na 29.11.2016): Zjistěte, zda následující řady konvergují:

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin(n \cdot \frac{\pi}{2}) \cdot \frac{n^2+2}{n^3+n}$

2. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+(-1)^n}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin n \quad [D]$

4. Připravte si tabulku s kritérii pro konvergenci řad (neodevzdávejte)!