9. Cvičení z MA I. (30.11.2016)

Markéta Lopatková

`ufal.mff.cuni.cz/course/nmai054`

Co jsou to (číselné) řady a jak se definuje jejich součet? Kdy řada konverguje? Nutná a postačující podmínka konvergence. Jaká znáte kritéria pro konvergenci řad?

1. Rozhodněte, zda následující řady konvergují, konvergují absolutně, případně divergují:[1]

(a) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n+2}-\sqrt{n-2}}{\sqrt{n}}$ [D]

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+\cos n}{n+\ln n}$ $[D]$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3(\sqrt{2}+(-1)^n)^n}{3^n}$ $[KA]$

(d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2}{n^2+3n}$ $[D]$

(e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{\sqrt{2^n}}$ $[KA]$

(f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n}$ $[D]$

(g) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2n+1}{3n-1}\right)^n$ $[KA]$

(h) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi}{n-\ln n}$ $[KN]$

(i) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n^2+3n+4}{2n^4+3}$ $[KA]$

(j) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n^2+3n+4}{2n^4+3}$ $[KA]$

2. Rozhodněte, zda následující řady konvergují, konvergují absolutně, případně divergují v závislosti na parametru $x \in R$:

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n(n+1)}$ $[KA$ pro všechna $x]$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1}$ $[KA$ pro $\mid x \mid < 1, D$ pro $\mid x \mid > 1, KN$ pro $\mid x \mid = 1]$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} n^4 x^n$ $[KA$ pro $\mid x \mid < 1, D$ pro $\mid x \mid \geq 1]$

Dú (na 6.12.2016): (2 body za každou zcela vyšetřenou řadu)

Rozhodněte, zda následující řady konvergují, konvergují absolutně, případně divergují (v závislosti na parametru $x \in R$):

1. $\sum_{n=1}^{\infty} n^{\ln x}$

2. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n+2}-\sqrt{n-2}}{n^x}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1+x^n}$

[1] D ... diverguje, KA ... konverguje absolutně, KN ... konverguje neabsolutně