

## 2. Cvičení z MA II. (1.3. 2013)

Co jsou to primitivní funkce? Jaké má vlastnosti (spojitost)? Kdy má funkce primitivní funkci (spojitost)?

Určete primitivní funkce k následujícím funkcím:

1. Rozcvička:

$$(a) \int x^3 + 2x + \frac{16}{x} dx \quad (b) \int 18e^x + 16e^{8x} - \frac{1}{x} + 3 \cos x dx \quad (c) \int \cos^2 \frac{x}{2} dx$$

$$(d) \int (3e^x + \frac{1}{x}) dx \quad (e) \int (\frac{1}{\cos^2 x} + \sqrt{x}) dx \quad (f) \int \frac{x^2-1}{x} dx$$

$$(g) \int (\sqrt[3]{x} + x^2) dx \quad (h) \int \operatorname{tg}^2 x dx \quad (i) \int \frac{(1-x)^2}{x\sqrt{x}} dx$$

$$(j) \int \frac{1}{(3x^2-2x-1)} dx$$

2. ‘Lepení’ primitivních funkcí:

$$(a) \int |x| dx \quad (b) \int f(x) dx, \text{ kde } f(x) = 0 \ (x \leq 0), \ f(x) = x \ (x > 0)$$

$$(c) \int \sqrt{x^6} dx \quad (d) \int |\cos x| dx$$

**Domácí úkol na 8. 3. 2011**

Vypočítejte na celém intervalu, kde to dává smysl:

$$(1) \int \frac{1}{(x-a)^n} dx, \text{ kde } n \in N, a \in R$$

$$(2) \int |\sin x + \cos x| dx$$

$$(3) \int 5^x \sin x dx$$

Zopakovat/naučit se/pochopit metodu per partes.

**Řešení:** (až na  $c$ )

**1a.**  $\frac{1}{4}x^4 + x^2 + 16 \log|x|$ , na  $(-\infty, 0)$  a na  $(0, \infty)$

**1b.**  $18e^x + 2e^{8x} - \log|x| + 3 \sin x$ , na  $(-\infty, 0)$  a na  $(0, \infty)$

**1c.**  $\frac{x}{2} + \frac{\sin x}{2}$ , na  $R$

...

**1j.**  $\frac{1}{4} \log \left| \frac{x-1}{3x+1} \right|$ , na  $(-\infty, -\frac{1}{3})$  a na  $(-\frac{1}{3}, 1)$  a na  $(1, \infty)$

**2a.**  $\operatorname{sgn}(x) \cdot \frac{x^2}{2}$ , na  $R$

**2b.**  $F(x) = c$  na  $< -\infty, 0 >$ ,  $F(x) = \frac{x^2}{2}$  na  $< 0, \infty >$

**2c.**  $\frac{1}{4}|x| \cdot x^3$ , na  $R$

**2d.**  $(-1)^k \sin x + 2k$ , na  $x \in < -\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi >$ ,  $k \in Z$

**2e.**  $(-1)^k (-\cos x + \sin x) + 2k\sqrt{2}$ , pro  $x \in < -\frac{\pi}{4} + k\pi, -\frac{\pi}{4} + (k+1)\pi >$  pro  $\forall k \in Z$

**Dů:**

**1.**  $\frac{1}{1-n} \frac{1}{(x-a)^{n-1}}$ , na  $(-\infty, a)$  a na  $(a, \infty)$  pro  $n > 1$ ;  $\log(x-a)$ , na  $(a, \infty)$  pro  $n = 1$ ;  $\log(a-x)$ , na  $(-\infty, a)$  pro  $n = 1$

**3.**  $\frac{5^x}{1+\log^2 5} (\log 5 \cdot \sin x - \cos x)$ , na  $R$