

11. Cvičení z MA I. (21. 12. 10)

1. Spočítejte následující limity:

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x + 1}{\cos x - 1}$ $[-\infty]$ (b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin \left(\pi \cdot \frac{4\sqrt{x} - 3\sqrt[3]{x}}{2\sqrt[4]{x^2 + 1}} \right)$ $[0]$
- (c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} x \cdot (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1}) \right)$ $[-1]$
- (d) $\lim_{x \rightarrow 16} \sqrt{\frac{4 - \sqrt{x}}{64 - \sqrt{x^3}}}$ $[\frac{1}{4\sqrt{3}}]$ (e) $\lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{\sqrt[3]{1-x^2} - 1}{5x^2}}$ $[e^{-\frac{1}{15}}]$
- (f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln(1+e^x)}{x}$ $[0]$ (g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{\cos x + 2}{x^2 + x}}$ $[0]$
- (h) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\operatorname{arccotg} x}{x}$ $[0]$ (i) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\operatorname{arctg} \left(\frac{1}{2-x} \right) \right)^2$ $[\frac{\pi^2}{4}]$

2. Ukažte, že platí (a zapamatujte si !!!):

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$ (c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

3. Spočítejte následující limity:

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(x^2)}{x \cdot \sin 3x}$ $[\frac{1}{3}]$ (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^{3x} - 1}{\ln(x+1)}$ $[3 \ln 4]$
- (c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + 1}{\sin x}$ $[\text{neex.}]$ (d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(2^{\frac{1}{x}} - 1 \right)$ $[\ln 2]$
- (e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{\ln(1-x^2)}$ $[-1]$ (f) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\arcsin(x-3)}{x^2 - 3x}$ $[\frac{1}{3}]$
- (g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x+2}{2x+3} \right)^{2x-1}$ $[+\infty]$ (h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2+3}{x^2+7} \right)^x$ $[1]$
- (i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-4^x}{\sin 2x}$ $[-\ln 2]$ (j) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2^x + 8^x}{2} \right)^{\frac{1}{x}}$ $[4]$