

9. Cvičení z MA I. (3. a 4.12.08)

Co je to řada, jak se definuje její součet, jaké metody pro zkoumání řad znáte?

1. Rozhodněte, zda následující řady konvergují, konvergují absolutně, případně divergují:¹

- (a) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n+2}-\sqrt{n-2}}{\sqrt{n}}$ [D] (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+\cos n}{n+\ln n}$ [D]
(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3(\sqrt{2}+(-1)^n)^n}{3^n}$ [KA] (d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n(n+1)}$ [KA pro všechna x]
(e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2}{n^2+3n}$ [D] (f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{\sqrt{2^n}}$ [KA] (g) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n}$ [D]
(h) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2n+1}{3n-1}\right)^n$ [KA] (i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi}{n-\ln n}$ [KN]
(j) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin n$ [D]
(k) $\sum_{n=1}^{\infty} n^{\ln x}$ [KA pro $x \in (0, 1/e)$, D pro $x \geq 1/e$]

2. Rozhodněte, zda následující řady konvergují, konvergují absolutně, případně divergují:

- (a) $\sum_{n=1}^{\infty} \cos n^2\pi(\sqrt{n+11}-\sqrt{n+2})$ [KN]
(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1}$ [KA pro $|x| < 1$, D pro $|x| > 1$, KN pro $|x| = 1$]
(c) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n^2+3n+4}{2n^4+3}$ [KA]
(d) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n+2}-\sqrt{n-2}}{n^\alpha}$ [KA pro $\alpha > 1/2$, jinak D]
(e) $\sum_{n=1}^{\infty} n^4 x^n$ [KA pro $|x| < 1$, D pro $|x| \geq 1$]

¹ D ... diverguje, KA ... konverguje absolutně, KN ... konverguje neabsolutně