

13. Cvičení z MA I. (14. a 15.1.09)

Určete průběhy následujících funkcí.

Postup:

1. definiční obor Df; limitní chování na krajích Df, v “podezřelých” bodech
2. spojitost; sudost/lichost; periodicitu
3. průsečky s osami
4. první derivace v Df; jednostranné limity
5. monotonie; podezřelé body – diskuse (lok. a glob. max/min)
6. druhá derivace
7. konvexnost/konkávnost/inflexní body
8. asymptoty v $\pm\infty$
 $(p(x) = ax + b, \text{ kde } a = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} \text{ a } b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) - ax)$
9. graf funkce

1. Ukázkové příklady:

- (a) $\sqrt[3]{(x^4 - 1)^2}$ (b) $|x| \cdot \exp^{-|x-1|}$ (c) $|x - 2| - 2 \cdot \operatorname{arctg} x$
- (d) $f(x) = \begin{cases} \exp(-\frac{1}{\sin^2 x}) & x \in R \setminus \{k\pi; k \in Z\} \\ 0 & x = k\pi; k \in Z \end{cases}$

Další příklady na průběh funkcí.

2. polynomy:

- (a) $f_1(x) = x^2 - x^4$ (b) $f_2(x) = -x^3 - 2x^2 + x + 2$

3. racionální (lomené) funkce:

- (a) $f_1(x) = \frac{1}{1-x^2}$ (b) $f_2(x) = \frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x-2)}$

- (c) $f_3(x) = \begin{cases} \frac{|1+2x|}{\sqrt{1-2x+x^2}} & x \neq 1 \\ 2 & x = 1 \end{cases}$

4. gonio/cyklometrické funkce:

- (a) $f_1(x) = \frac{\cos x}{2+\sin x}$ (b) $f_2(x) = \arccos \left| \frac{1-x}{1-2x} \right|$

- (c) $f_3(x) = \arcsin \left(\frac{2x}{1+x^2} \right) - 2 \operatorname{arctg} x$

5. exponenciála:

- () $f(x) = e^{\lfloor x \rfloor}$ kde $\lfloor x \rfloor$ je celá část x

- (a) $f_1(x) = e^x - x$ (b) $f_2(x) = x^x$

- (c) $f_3(x) = x^{1/x}$ (d) $f_4(x) = |x-1| \cdot \exp \left(-\frac{1}{(x-1)^2} \right)$

- (e) $f_5(x) = (x+2) \cdot \exp(\frac{1}{x})$ (f) $f_n(x) = e^x (x+1)^n, \quad n \in N$