11. Cvičení z MA I. (17 a 18.12.08)

1. Spočítejte následující limity:

(a) $\lim_{x\to 0} \frac{\cos x+1}{\cos x-1}$ $[-\infty]$ (b) $\lim_{x\to+\infty} \sin\left(\pi \cdot \frac{4\sqrt{x}-3\sqrt[3]{x}}{2\sqrt[4]{x^2+1}}\right)$ $[0]$

(c) $\lim_{x\to-\infty} \operatorname{tg}\ \left(\frac{\pi}{4}x \cdot (\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1})\right)$ $[-1]$

(d) $\lim_{x\to 16} \sqrt{\frac{4-\sqrt{x}}{64-\sqrt{x^3}}}$ $[\frac{1}{4\sqrt{3}}]$ (e) $\lim_{x\to 0} e^{\frac{\sqrt[3]{1-x^2}-1}{5x^2}}$ $[e^{-\frac{1}{15}}]$

(f) $\lim_{x\to-\infty} \frac{\ln(1+e^x)}{x}$ $[0]$ (g) $\lim_{x\to+\infty} \sqrt{\frac{\cos x+2}{x^2+x}}$ $[0]$

(h) $\lim_{x\to-\infty} \frac{\operatorname{arccotg}\ x}{x}$ $[0]$ (i) $\lim_{x\to 2} \left(\operatorname{arctg}\ (\frac{1}{2-x})\right)^2$ $[\frac{\pi^2}{4}]$

2. Ukažte, žre platí (a zapamatujte si !!!):

(a) $\lim_{x\to 0} \frac{e^x-1}{x} = 1$ (b) $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$ (c) $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

3. Spočítejte následující limity:

(a) $\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{tg}\ (x^2)}{x\cdot\sin 3x}$ $[\frac{1}{3}]$ (b) $\lim_{x\to 0} \frac{4^{3x}-1}{\ln(x+1)}$ $[3\ln 4]$

(c) $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x+1}{\sin x}$ [neex.] (d) $\lim_{x\to+\infty} x\left(2^{\frac{1}{x}}-1\right)$ $[\ln 2]$

(e) $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x^2)}{\ln(1-x^2)}$ $[-1]$ (f) $\lim_{x\to 3} \frac{\arcsin\ (x-3)}{x^2-3x}$ $[\frac{1}{3}]$

(g) $\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{3x+2}{2x+3}\right)^{2x-1}$ $[+\infty]$ (h) $\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{x^2+3}{x^2+7}\right)^x$ $[1]$

(i) $\lim_{x\to 0} \frac{1-4^x}{\sin 2x}$ $[-\ln 2]$ (j) $\lim_{x\to 0} \left(\frac{2^x+8^x}{2}\right)^{\frac{1}{x}}$ $[4]$