

5. Cvičení z MA I. (5. a 6.11.08)

Rozcvička. Spočítejte následující limity (nebo dokažte, že neexistují):

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4 + (-1)^n}{-7} \right)^n & \text{(b)} \lim_{n \rightarrow \infty} (n + \cos(n^2)) & \text{(c)} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + (-2)^n}{3^n} \\ \text{(d)} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n + 2}{2^n(3 - (-1)^n)} & \text{(e)} \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 - n} - 2n) & \text{(f)} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{2n+5} - 3\sqrt[3]{2n}}{\sqrt{n^3+2} + \sqrt[3]{n^4}} \end{array}$$

3. Určete, čemu se rovnají limity pro $q \in R$ (příklady z minulé hodiny):

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \lim_{n \rightarrow \infty} q^n, & \text{(b)} \lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot q^n & \text{(c)} \lim_{n \rightarrow \infty} n^k \cdot q^n \\ \text{(d)} \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} \quad a \in R, \quad a \geq 0 & \text{(e)} \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} & \\ \text{(f)} \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n!} & \text{(g)} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{q^n}{n!} & \\ \text{(h)} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{n^n} & \text{(i)} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^k}{n!}, \quad k \in N & \end{array}$$

4. Spočítejte limity (příklady z minulé hodiny):

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + n^5}{n^6 + n!} & \text{(b)} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + n} \cdot (2^n - n)}{(n^2 - n + 1)(n! + \ln n)} \\ \text{(c)} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{\frac{2}{3}} \sin n!}{n+1} & \text{(d)} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 2n^n + n!}{(n+1)^4 + \sin n + (3n)!} \end{array}$$

5. Spočítejte limity (příklady z minulé hodiny):

$$\text{(a)} \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a^n + b^n + c^n}, \quad a, b, c \in R^+ \quad \text{(b)} \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2} \dots \sqrt[2^n]{2}$$

Řešení:

Ra. 0 Rb. $+\infty$ Rc. 0 Rd. 0 Re. $-\frac{1}{4}$ Rf. $\sqrt{2}$

3a. 3b. 3c. 3d. 1 3e. 1 3f. $+\infty$ 3g. 0 3h. 0 3i. 0

4a. 0 4b. 0 4c. 0 4d. 0

5a. $\max\{a, b, c\}$ 5b. 2