7. Cvičení z MA I. (19. a 20.08)

Co jsou to (číselné) řady a jak se definuje jejich součet? Kdy řada konverguje? Nutná a postačující podmínka konvergence. Alternující řady a Leibnizovo kritérium.

1. Rozhodněte, zda následující řady konvergují.

(a) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{1}{n}$ (b) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{1}{2n+1}$ (c) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{n+1}{(n+1)\sqrt{n+1}-1}$

(d) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{1+nx}{\sqrt{n^2+n^6x^2}}$ pro parametr $x \in R$ (e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi}{n-\ln n}$

(f) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{n}{\sqrt{n^3+1}}$

2. Rozhodněte, zda následující řada konverguje.

$$1+\frac{1}{2}-\frac{2}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{2}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{2}{9}+\cdots$$

3. Lineární kombinace pro řady – dokažte následující:

(a) Jestliže řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje a $\alpha \in R$, pak řada $\sum_{n=1}^{\infty} \alpha a_n$ konverguje též.

Platí: $\sum_{n=1}^{\infty} \alpha a_n = \alpha \sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

(b) Jestliže řady $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ a $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ konvergují, pak konverguje též řada $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+b_n)$.

Platí: $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n + \sum_{n=1}^{\infty} b_n$.