Zápočtový test A (9.1.08)

jméno:
ročník/kruh:
email:

---

1. Určete globální extrémy zadané funkce f na množině M:

$$f(x,y) = (x+y) \cdot e^{-(x^2+y^2)}$$

$$M = \{[x,y] \in R^2;\ x^2+y^2 \le 1 \ \&\ |x| \le y+1\}$$

[5 bodů]

2. Ukažte, že existují funkce $y = y(x)$ a $z = z(x)$ třídy C^1, kde $y(1) = e$ a $z(1) = 1$, které na jistém okolí bodu 1 splňují následující vztahy:

$$e^z - xyz = 0$$

$$\ln xy - \frac{x}{z} = 0$$

Vypočtěte $y'(1)$ a $z'(1)$.

[4 body]

3. Buď dána funkce

$$f(x,y) = \arcsin(x^2 - y)$$

a) Najděte definiční obor D funkce f a načrtněte jej.
b) Vypočítejte $\nabla f(1,1)$. Ukažte, že funkce f je v bodě $[1,1]$ diferencovatelná a určete v tomto bodě totální diferenciál.
c) Napište rovnici tečné roviny a normály ke grafu f v bodě $[1,1,0]$.
d) Najděte lineární aproximaci funkce $f(x,y)$ v okolí bodu $[1,1]$.

[3 body]

4. Řešte diferenciální rovnici – najděte její maximální řešení:

$$y'(x) + y(x) \cdot \cos x = \sin 2x$$

[4 body]