

5. Cvičení z MA I. (2.11.06)

1. Spočítejte následující limity:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + [\sqrt[3]{n}]^3}{n - [\sqrt{n+9}]} \quad & \text{(b)} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{i}{n} \cdot \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}} \right)^n \\ \text{(c)} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt[n]{3} - \sqrt[n]{2}) \quad & \text{(d)} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{\sqrt{n^7} + \sqrt[3]{n^7}} - \sqrt[3]{\sqrt{n^7} - \sqrt[3]{n^7}} \right) \end{aligned}$$

2. Určete limity v závislosti na $k, l \in \mathbb{N}$:

$$\text{(a)} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^k - (n-1)^l}{n^k + n^l} \quad \text{(b)} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^k + (-n)^l}{(n-1)^k - n^l}$$

3. Dokažte, že následující nekonečný součin má konečnou nenulovou hodnotu:

$$\frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{5} \dots$$

4. Spočítejte:

$$\prod_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{(n+1)^2} \right)$$